



Exponential เลขยกกำลัง



ทบทวนความรู้พื้นฐาน

$$a \times a \times a = a^3$$

อ่าน a^3 ว่า เอกกำลังสาม หรือ เอกยกกำลังสาม

เรียก a^3 ว่า เลขยกกำลัง มี a เป็นฐาน (base) และมี 3 เป็นเลขชี้กำลัง (exponent)

โดยที่เลขชี้กำลังของเลขยกกำลังเป็นตัวกำหนดว่า a คูณกันกี่ตัว

ฮั้วว่าฮอฮุฮั้ว



Definition : เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว

$$a^n = a \times a \times a \dots \times a$$

(หมายถึง a คูณกัน n ตัว)



สรุปสมบัติที่ควรรู้ของเลขยกกำลัง

สมบัติ	พิสูจน์สมบัติ	ตัวอย่าง
1. $a^n \times a^m = a^{m+n}$ เมื่อ $a \neq 0$ m และ n เป็นจำนวนเต็ม		
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ เมื่อ $a \neq 0$ m และ n เป็นจำนวนเต็ม		
3. $a^0 = 1$ เมื่อ $a \neq 0$		
4. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ เมื่อ $a \neq 0$		
5. $(a^m)^n = a^{m \times n}$ เมื่อ $a \neq 0$ m และ n เป็นจำนวนเต็ม		
6. $(ab)^n = a^n \times b^n$ เมื่อ $a \neq 0$ และ n เป็นจำนวนเต็ม		
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ เมื่อ $a, b \neq 0$ และ n เป็นจำนวนเต็ม		



แบบฝึกหัดที่ 1 จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

1. $5^2 \times 5 \times 5^4$ =

2. $(-2)^3 \times (-2)^5$ =

3. $3^{2n+5} \times 3^{n-1} \times 3^{-3n-2}$ =

=

4. $(x^3 y^5)(xy^2)$ =

5. $(8a^2 b^3 c)(2^2 ab^5 c^6)(32a^4 bc^5)$

=

=

=

6. $5^2 \div 5 \div 5^4$ =

7. $a^{3n-4} \div a^{3n-7}$ =

=

8. $\frac{343x^5 yz^2}{7^2 x^3 y^4 z}$ =

9. $\frac{5^{x+4} \times 5^{2x-1}}{5^{-3x}} \div \frac{5^{4x+3} \times 5^{2x-7}}{5^{x-5}}$

=

=

=

10. $5^{13} \div 5^{13}$ =

11. $\left(-\frac{4}{7}\right)^5 \times \left(-\frac{4}{7}\right)^3 \div \left(-\frac{4}{7}\right)^8$

=

=

=

12. $\frac{4a^5 \times a^7}{a^{12}}$ =

=

13. $\frac{10^9 \times 10^2}{10^{13}}$ =

=

14. $\frac{x^3 \times x^7 \times x}{x^4 \times x^8}$ =

=

=





$$15. \frac{a^3 b^7 c^2}{a^5 b^3 c} = \dots\dots\dots$$

=

$$16. \frac{3^3 x^2 y^{-3} z^5}{3^5 x^{-1} y^4} = \dots\dots\dots$$

=

$$17. \frac{3^2 \times 2^5 \times 3^0}{2^6 \times 3^{-1} \times 4^{-1}} = \dots\dots\dots$$

=

$$18. \frac{2^0 + 2^{-2}}{2 - 2(2)^{-2}} = \dots\dots\dots$$

=

=

=

$$19. \frac{1}{8} \times 3^0 + \left(\frac{5}{16}\right)^0 - (4)^{-1} + (2)^{-3} = \dots\dots\dots$$

=

=

=

=

$$20. \frac{2^2 ab}{8a^{-3} b^2 x} \div \frac{a^8}{b^2 x^2} \quad a \neq 0, b \neq 0, x \neq 0 = \dots\dots\dots$$

=

=

=

=

$$21. (x^{-2})^5 = \dots\dots\dots$$

=

$$22. \frac{(2^{-2})^{-2}}{(3^{-1})^2} = \dots\dots\dots$$

=

$$23. \frac{(3^2)^{3-n}}{(3^{n-2})^{-2}} = \dots\dots\dots$$

=

$$24. (-8)^{\frac{1}{3}} \times (-27)^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots$$

=

=





$$25. \frac{[(5^{-1})^{-2}]^{-3}}{(5^{-4})^2} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$26. [(3^3)^{-2}]^5 \div [(3^2)^4]^{-5}$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$27. 16[8(2)^{-2}]^{-3}]^{-4}$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$28. \left[16^{\frac{1}{4}} \times 8^{\frac{2}{3}} \div 4^{\frac{1}{4}} \right]^n$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$29. [(4^{-1})^{-2} \div (2^{-2})^5]^2 \div [(2^{-2}) \div (2^{-2})^{-1}]^4$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

ส่วท้ายดาขนะด๊ับ





การบ้าน

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

การบ้านวันที่..... กำหนดส่ง.....

1. $(3 \times 4)^2$ =

2. $(2^3 \times 3^2)^3$ =

3. $(3x^2)^4$ =

4. $(-2ab^{-2})^2$ =

=

5. $(4^{-1}x^2y^{-3})^{-1}$ =

6. $(X^{2n}y^{n^2})^2 \times (X^2y^{-2})^n$ =

7. $\left(\frac{5}{7}\right)^3$ =

8. $\left(\frac{2^{-2} \times 2^3}{3}\right)^2$ =

9. $\left(\frac{3^n}{3^{n-1}}\right)^4$ =

=

10. $\frac{(xy)^2(x^2y)^3}{(x^2y^2)^2}$ $x \neq 0, y \neq 0$ =

=

=

11. $\frac{(y^{n+1} \times y^{2n-1})^2}{y^{3n}}$ $y \neq 0$ =

=

=

12. $\left(\frac{a^{3n} \times a^{2n}}{a^{4n}}\right)^2$ =

=

=

=

13. $20 \times \left(\frac{15}{16}\right)^7 \div \left(\frac{25}{24}\right)^5 \times \left(\frac{80}{81}\right)^3$ =

=

=

=



$$14. \frac{2^{n+3} \times 6^{-n+2}}{15^{-n-1} \times 5^{n+1}} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$15. \frac{4^{-n+2} \cdot 2^{2n+1} \cdot 8^{n+1}}{2^{3n+2}} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$
**สมการเลขยกกำลัง (Exponential Equation)**

1. เลขยกกำลัง 2 จำนวนเท่ากัน เมื่อฐานไม่เป็นศูนย์หรือหนึ่ง ถ้าฐานเท่ากัน เลขชี้กำลังย่อมเท่ากัน

$$\text{ถ้า } a^x = a^y \text{ แล้ว } x = y \text{ เมื่อ } a \neq 0 \text{ หรือ } a \neq 1$$

2. เลขยกกำลัง 2 จำนวนเท่ากัน แต่ฐานไม่เท่ากัน ถ้าเลขชี้กำลังเท่ากันแล้ว เลขชี้กำลังย่อมเป็นศูนย์

$$\text{ถ้า } a^x = b^x \text{ แล้ว และ } a \neq b \text{ แล้ว } x = 0$$

3. เลขยกกำลัง 2 จำนวนเท่ากัน ถ้าเลขชี้กำลังเท่ากันและไม่เป็นศูนย์แล้ว ฐานย่อมเท่ากัน

$$\text{ถ้า } a^x = b^x \text{ แล้ว และ } x \neq 0 \text{ แล้ว } a = b$$

แบบฝึกหัดที่ 2 + การบ้าน (จ้อ.....)

การบ้านวันที่..... กำหนดส่ง.....

1. If $5^x = (25)^4$ Find the value of x

2. $3^{3x-1} = 9^{x+2}$ Find the value of x

3. $(x+1)^3 = 512$ Find the value of x



4. $9^{3x-1} = 3^{2x-3}$ Find the value of x

5. $5^{2x-3} = 625$ Find the value of x

6. $\left(\frac{64}{125}\right)^{x-1} = \frac{4}{5}$ Find the value of x

7. If $(16)^{x+2} - 1 = 0$ Find the value of x

8. If $(-9)^{2x} = \frac{1}{3}$ Find the value of $(3)^{-4x}$

9. If $8(2^{9x}) = 64^{x+3}$ Find the value of x

10. If $(-2)^{2x} = \frac{1}{2}$ Find the value of $(4)^{-2x}$

**ค่าสัญกรณ์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Notation)**

จำนวนบางจำนวน โดยเฉพาะจำนวนทางด้านวิทยาศาสตร์หรือทางด้านสถิติ เมื่อเขียนแทนด้วยตัวเลขแล้ว จะได้ตัวเลขหลายหลัก พบว่า ตัวเลขเหล่านี้ นอกจากจะมีค่ามากหรือน้อยแล้วแล้ว ในหลักต้นๆมักจะเป็นตัวเลข 0 เสียหลายหลัก ดังนั้น เพื่อความสะดวก เราสามารถเขียนจำนวนเหล่านี้ให้อยู่ในรูป

$$a \times 10^n \text{ เมื่อ } 1 \leq a < 10$$

เมื่อ a เป็น ตัวเลขที่แทนจำนวนนับที่มีค่าน้อยที่สุด (มากกว่า 1 แต่น้อยกว่า 10)

n เป็น ตัวเลขที่แทนจำนวนนับหรือศูนย์

เรียกว่า ค่าสัญกรณ์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Notation)

สรุปหลักการ

ถ้าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนเต็ม ให้นำจากขวามือย้อนไปทางซ้ายมือจนเหลือตัวเลขเองตัวเดียว ใส่จุดทศนิยมหลังตัวเลขนั้น แล้วคูณด้วย 10 ยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก เท่ากับตัวเลขที่นับไปทางซ้ายมือนั้น

ถ้าจำนวนที่กำหนดให้เป็นทศนิยมที่ขึ้นต้นด้วยศูนย์จุด (0. ...) ให้นำหลังจากจุดตั้งแต่ทศนิยมตำแหน่งที่หนึ่งไปทางขวามือจนได้ตัวเลขหนึ่งที่ไม่ใช่ 0 ใส่จุดทศนิยมหลังตัวเลขนั้น แล้วคูณด้วย 10 ยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มลบเท่ากับตัวเลขที่นับไปทางขวามือนั้น

ในการดำเนินการค่าสัญกรณ์ทางวิทยาศาสตร์ (การคูณ-การหาร) ให้เราใช้ในหลักการของเลขยกกำลัง ตามที่ได้เรียนมาแล้ว

แบบฝึกหัดที่ 3

จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ให้อยู่ในรูป $a \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq a < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

- 9 =
- 23 =
- 514 =
- 600,000 =
- 83,450,000,000 =
- 56.8×10^6 =
- $350 \times 10^2 \times 10^{-10}$ =
- $350 \times 10^2 \times 10^{-10}$ =
- $(9 \times 10^{-8}) \times (4 \times 10^{27})$ =

**ทบทวน**

จงทำให้อยู่ในรูปผลลัพธ์

การบ้านวันที่..... กำหนดส่ง.....

- 8×10^0 =
- $\frac{(8 \times 10^{-8}) \times (1.5 \times 10^{14})}{6 \times 10^{-2}}$ =
- =
- =
- =
- =



$$3. \frac{2.2 \times 50 \times 0.65}{0.011 \times 1.3 \times 0.05} = \dots\dots\dots$$

=.....

=.....

=.....

=.....

=.....

$$4. \frac{0.05 \times 300 \times 0.0054}{80 \times 0.0015 \times 0.27} = \dots\dots\dots$$

=.....

=.....

=.....

=.....

=.....

$$5. \frac{0.000243 \times (0.0016)^2 \times (1,500)^4}{(6,000)^3 \times (0.00002)^4 \times (0.0027)^2} = \dots\dots\dots$$

=.....

=.....

=.....

=.....

=.....

=.....

Further Exercise

1. The number of different "5-card hands" possible with regular deck of (52) playing cards is nearly 2,600,000. Express this number in scientific notation.
2. The Earth accumulates about 1.2×10^7 kilograms of dust every day from outer space.
 - a. Express this number in standard notation.
 - b. Write out the word name for this number.
 - c. Convert this weight to its equivalent number of tons; express the answer in standard notation.
3. The number of hairs on a person's head appears to vary with the color of their hair. A brunette's head contains about 1.05×10^5 hairs, while a blond's head has nearly 1.4×10^5 hairs, and a redhead has approximately 9×10^4 hairs on his/her head.
 - a. Which color-hair person has the fewest hairs on their head?
 - b. Which color-hair person has the most hairs on their head?
 - c. Explain how to determine which scientific notation number from a set of such numbers is the largest, and which is the smallest.



4. The speed of light (in a vacuum) is approximately 299,792,458 meters per second.
 - a. Express this number in scientific notation.
 - b. Is this way of expressing the number any shorter than writing it in its standard notation?
5. If the speed of light in the previous exercise is rounded off to a number which still gives a good indication of how fast it travels, then it might be rounded to 300,000,000 m/sec.
 - a. Express this number in scientific notation.
 - b. Is this way of expressing the number any shorter than writing it in its standard notation?
6. Based on your observations of the previous two exercises, which type of numbers (exact numbers or approximations) are simplified most by utilizing scientific notation?
7. It may be more convenient to perform calculations involving large numbers when they are written in scientific notation. Consider the product of 30,000 with 15,000,000.
 - a. Find the product of these two numbers by multiplying them in their standard form.
 - b. Express both (of the two original) numbers in scientific notation.
 - c. Rewrite your answer, from part (a), in scientific notation.
 - d. Explain how the scientific notation answer, in part (c), could have been obtained by multiplying the numbers in part (b); i.e., when written in scientific notation?
8. Use the shortcut, or pattern, explained in the previous exercise to find the following results:
 - a. $(2.0 \times 10^{10}) \times (3.0 \times 10^5)$
 - b. $(3.2 \times 10^3) \times (2.25 \times 10^6)$
 - c. $(7.35 \times 10^{12}) \times (3.5 \times 10^4)$



Problems "ทำลงในกระดาษ A4 สี่ดวง"

Simplify:

$$1. \frac{(2)(7^{-1}) + 1 + (2^{-1})(7)}{(2^{-1})(7^{-1})}$$

$$2. \frac{2^{n+3}}{15^{-n-1}} \times \frac{6^{-x+2}}{5^{n+1}}$$

$$3. \frac{8^{n+1} \times 3^n}{16 \times 2^{-n}} \div \frac{8^n}{6^{-n}}$$

$$4. \frac{9a^{\frac{4}{3}}}{2a^{\frac{1}{2}}} \times \frac{a^{-\frac{1}{2}}}{3a^{\frac{1}{3}}} \div \frac{3}{2a}$$

$$5. \frac{4^{-n+2} \times 2^{2n+1} \times 8^{n+1}}{2^{3n+2}}$$

$$6. \frac{3 \times 2^n - 4 \times 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$$

$$7. \frac{7^{2n+3} - 7^{2n+1}}{7^{2n+1}}$$

$$8. \frac{1}{1 + x^{a-b} + x^{a-c}} + \frac{1}{1 + x^{b-c} + x^{b-a}} + \frac{1}{1 + x^{c-a} + x^{c-b}}$$

$$9. \left[\frac{5^{3x+1} + 5^{2x+1}}{5^{2x+1} + 5^{x+1}} \right]^{\frac{3}{x}}$$

$$10. \left[\frac{x^{\frac{2}{3}} \sqrt{y^{-1}}}{y^3 \sqrt[3]{x^{-2}}} \div \sqrt{\frac{x \sqrt{y^{-4}}}{y \sqrt{x^{-2}}}} \right]^6$$

$$11. \text{ If } 9^x = 27^{12} \text{ and } 4^y = 8^6 \text{ Find the value of } 4y^2 - x^2$$

ตั้งวันที่..... กำหนดส่ง.....

**ส่วนนี้ผมคิดว่าง่าย ถ้าใครทำได้ก็ขอให้ยกมือขึ้น**

แสดงวิธีคิดลงในกระดาษ A4 แล้วส่ง เก็บคะแนนพิเศษเพิ่มเติม

(1) กำหนดให้ $a = 3^{60}$ $b = 5^{45}$ $c = 6^{45}$ และ $d = 7^{30}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

(ข้อสอบแข่งขันของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ประจำปี พ.ศ. 2539)

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. $d > c > b > a$ | 3. $d > a > b > c$ |
| 2. $a > c > b > d$ | 4. $c > b > a > d$ |

(2) จงหาค่าของ $-(-2^3)^{-2} \div 2^{-(3+5)}$

- | | |
|-----------|-----------|
| 1. -2^8 | 3. 2^8 |
| 2. 2^8 | 4. -2^8 |

3) ถ้า $\left(\frac{x^2 y}{2z}\right)^{-2} \left(\frac{y^{-1} z^{-2}}{x^{-3}}\right) \left(\frac{zx^2}{y^3}\right) = \left(\frac{4y^a}{x^b z^c}\right)$ จะได้ $ab^2 + c^2$ มีค่าเท่าใด

(ข้อสอบแข่งขันของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ประจำปี พ.ศ. 2541)

- | | |
|-------|--------|
| 1. 92 | 3. 127 |
| 2. 99 | 4. 144 |

(4) ถ้า $a \neq 0$, $b \neq 0$ และ $c \neq 0$ แล้ว จงหาค่าของ $\left[\left(\frac{a^5 \cdot b^{-11} \cdot c^{-23}}{-c^{49} + b^{18}}\right)^{-1}\right]^0 + \left[-\frac{25 \cdot a^{11} \cdot b^{-13}}{(a^{-9} \cdot b^7)^{-1}}\right]$

- | | |
|--|-------------------------|
| 1. $\frac{b^{11} \cdot (b^{18} - c^{49}) \cdot c^{23}}{a^5} + \left(-\frac{25a^2}{b^6}\right)$ | 3. $-\frac{b^6}{25a^2}$ |
| 2. $-\frac{25a^2}{b^6}$ | 4. $-\frac{25a^2}{b^6}$ |

(5) ถ้า $a^{2n} = 3$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็ม แล้ว $\frac{a^{3n} + 3^{-3n} + a^{5n} + a^{-5n}}{a^n + a^{-n}}$ มีค่าเท่าใด

(ข้อสอบแข่งขันของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ประจำปี พ.ศ. 2542)

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1. $3\frac{1}{3}$ | 3. $9\frac{2}{3}$ |
| 2. $3\frac{1}{9}$ | 4. $9\frac{1}{9}$ |



Radical ราก



รากที่ n ของจำนวนจริง

Definition ให้ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 a และ b เป็นจำนวนจริง b เป็นรากที่ n ของ a ก็ต่อเมื่อ $b^n = a$

ความหมายของรากที่สองแบบชาวบ้าน ๆ กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

“รากที่ n ของ a คือจำนวนที่ยกกำลัง n แล้วมีค่าเท่ากับ a ”

หนู ๆ ดูแล้วเข้าใจไหม มาลองตอบคำถามดีกว่า

รากที่สองของ 1 คือ 1 และ -1 เพราะ

รากที่สองของ 2 คือ $\sqrt{2}$ และ $-\sqrt{2}$ เพราะ

รากที่สองของ 3 คือ $\sqrt{3}$ และ $-\sqrt{3}$ เพราะ

รากที่สองของ 4 คือ $\sqrt{4}$ และ $-\sqrt{4}$ เพราะ

หรือ 2 และ -2

รากที่สองของ 5 คือ เพราะ

รากที่สองของ 9 คือ เพราะ

รากที่สองของ 7 มี จำนวน ได้แก่.....

5 เป็นรากที่สองของ.....

$\sqrt{11}$ เป็นรากที่สองของ.....

$-\sqrt{6}$ เป็นรากที่สองของ.....

รากที่สองของ 100 คือ.....

Definition ให้ a เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีมากกว่า 1

1. ถ้า $a \geq 0$ และ n เป็นจำนวนคู่แล้ว รากที่ n ที่ไม่เป็นลบ เรียกว่าค่าหลักของรากที่ n เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[n]{a}$

2. ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ n เป็นจำนวนคี่แล้ว รากที่ n ของ a เรียกว่าค่าหลักของรากที่ n เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[n]{a}$

จากบทนิยาม จะเรียกจำนวนที่เขียนในรูป $\sqrt[n]{a}$ ว่ากรณฑ์ (Radicals) และอ่านว่ากรณฑ์ที่ n ของ a

กรณฑ์ที่ $n = 2$ จะเขียน \sqrt{a} แทน $\sqrt[2]{a}$ เช่น กรณฑ์ที่ 2 ของ 3 เขียนได้เป็น $\sqrt{3}$

มาตรฐานระกอบของกรณฑ์ที่ต่าง ๆ

$$\text{index} \rightarrow \sqrt[n]{a} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Radical} \\ \text{Radicand} \end{array}$$

โดยทั่วไป มีข้อสรุปเกี่ยวกับค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริง a หรือ $\sqrt[n]{a}$ ดังนี้

1. ถ้า $a = 0$ แล้ว $\sqrt[n]{a} = 0$

2. ถ้า $a > 0$ แล้ว $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนบวก

3. ถ้า $a < 0$ และ

n เป็นจำนวนคี่ $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนลบ

n เป็นจำนวนคู่ $\sqrt[n]{a}$ ไม่ใช่จำนวนจริง เพราะไม่มีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังด้วยจำนวนคู่แล้วได้จำนวนลบ



กฎของรากที่สัมพันธ์กับเลขยกกำลัง มี 2 ข้อดังนี้

1. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

2. $a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

3. $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = (\sqrt[n]{a})^m$

เมื่อ a เป็นจำนวนจริง

m และ n เป็นจำนวนเต็มที่ $n > 0$ และ $\frac{m}{n}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำจากบทนิยามของ $a^{\frac{m}{n}}$ ถ้า $m < 0$ แล้ว a จะต้องไม่เป็น 0

แบบฝึกหัดที่ 4

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของยกกำลัง

1. $16^{\frac{1}{4}}$ =

2. $32^{\frac{1}{6}}$ =

3. $(-8)^{\frac{1}{3}}$ =

4. $64^{\frac{3}{2}}$ =

จงหาค่าของ

1. $\left(\left(125\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2$ =

2. $64^{\frac{5}{6}}$ =

3. $3^{\frac{1}{2}} \bullet 3^{\frac{3}{2}}$ =

4. $8^{\frac{3}{2}} \bullet 4^{\frac{1}{4}}$ =

จงหาค่าของเลขยกกำลังต่อไปนี้

1. $(27)^{\frac{2}{6}}$ =

2. $(-32)^{\frac{-4}{5}}$ =

5. $(10^{\frac{1}{3}} \bullet 10^{\frac{-1}{6}})^6$ =



สมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริง (เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1)

ทฤษฎีบท ถ้า a เป็นรากจริงที่ n แล้ว $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ทฤษฎีบท ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n แล้ว $\sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ ทฤษฎีบท ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n และ $b \neq 0$ แล้ว $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ ทฤษฎีบท ถ้า n เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $n \geq 2$ แล้ว

1. $\sqrt[n]{a} = a$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

2. $\sqrt[n]{a} = |a|$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

แบบฝึกหัดที่ 5 ข้อที่ 1 - 10 เติมคำตอบที่ถูกต้องข้อที่ 11-20 จงเขียนในรูปของอ่าวว่า เมื่อ x, y, z เป็นจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 0

1. $(\sqrt{2})^2$ =

2. $25 = (\sqrt{\quad})^2$ =

3. \sqrt{a} อ่านว่า

4. $(\sqrt{3})^2$ =



5. $(\sqrt{7})^2 = \dots\dots\dots$
6. $\sqrt{8} = \sqrt{\quad \times 2} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{2} = \quad \times \sqrt{2}$
7. $\sqrt{12} = \sqrt{\quad \times 3} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{3} = \quad \times \sqrt{3}$
8. $-\sqrt{45} = -\sqrt{\quad \times 5} = -\sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad} = \quad \times \sqrt{5}$
9. $\sqrt{147} = \dots\dots\dots$
10. $-\sqrt{75} = \dots\dots\dots$
11. $\sqrt{60} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
12. $\sqrt{244} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
13. $\sqrt{252} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
14. $\sqrt{125} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
15. $\sqrt{980} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
16. $\sqrt{9x^2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
17. $\sqrt{25x^2y^2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
18. $\sqrt{36x^3y^6} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
19. $\sqrt{8x^4y^7} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
20. $\sqrt{121x^2y^4z^6} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

**การขจัดจำนวนจริงในรูปกณฑ์**

เราสามารถหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณของจำนวนที่มีเครื่องหมายกณฑ์อันดับเดียวกัน และมีจำนวนภายในเครื่องหมายกณฑ์เป็นเครื่องหมายเดียวกัน

ตัวอย่าง จงทำเป็นรูปอย่างง่าย (Evaluate) $2\sqrt{3} + 5\sqrt{5}$

$$= (2+5) \times \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \text{การแจกแจง}$$

$$= 7\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \text{การบวกและการถ่ายเทอด}$$

ตัวอย่าง จงทำให้เป็นรูปอย่างง่าย $\sqrt{8} + 4\sqrt{18} + 3\sqrt{50}$

$$= \sqrt{4 \times 2} + 4\sqrt{9 \times 2} + 3\sqrt{25 \times 2} \quad \rightarrow \quad \text{รูปการคูณจำนวนตรรกยะและอตรรกยะ}$$

$$= 2\sqrt{2} + 4 \times 3\sqrt{2} + 3 \times 5\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad \text{สมบัติของ } \sqrt{a^2} = a$$

$$= 2\sqrt{2} + 12\sqrt{2} + 15\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad \text{ผลคูณจำนวนเต็ม}$$

$$= (2 + 12 + 15)\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad \text{สมบัติการแจกแจง}$$

$$= 29\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad \text{ผลการบวกจำนวนเต็ม}$$



แบบฝึกหัดที่ 6 จงทำให้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย (Simplify)

1) $4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2}$

2) $7\sqrt{6} + 8\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$

--	--

3) $9\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$

4) $\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}$

--	--

5) $5\sqrt{27} - 2\sqrt{12} + 3\sqrt{75}$

6) $5\sqrt{20} - 2\sqrt{45} - 4\sqrt{80}$

--	--

7) $9\sqrt{63} + \sqrt{700}$

8) $4\sqrt{162} - 3\sqrt{98} - 7\sqrt{128}$

--	--

9) $\sqrt{12} - \sqrt{243} + \sqrt{144} - \sqrt{3}$

10) $5\sqrt{720} - 2\sqrt{245}$

--	--



การคูณ, หาค่าจำนวนชี้ในรูปยกกำลัง

ตัวอย่าง จงทำเป็นรูปอย่างง่าย (Evaluate) $2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$

$$= (2 \times 3) \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

→ การสลับที่และการจัดหมู่การคูณ

$$= 6 \times 2$$

→ เพราะ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$

$$= 12$$



ตัวอย่าง จงทำให้เป็นรูปอย่างง่าย $\sqrt{28} \times \sqrt{\frac{1}{8}} \times 5\sqrt{14}$

$$= \sqrt{4 \times 7} + \frac{1}{\sqrt{4 \times 2}} + \sqrt{7 \times 2} \rightarrow \text{รูปการคูณจำนวนตรรกยะและอตรรกยะ}$$

$$= 2\sqrt{7} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \sqrt{7} \times \sqrt{2} \rightarrow \text{สมบัติของ } \sqrt{a^2} = a \text{ และ } \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$= 7\sqrt{7} \times 7\sqrt{7} \rightarrow \text{ผลของการทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ}$$

$$= 7 \rightarrow \text{สมบัติของ } (\sqrt{a})^2 = a$$

ตัวอย่าง จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $(3\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$

$$\begin{aligned} (3\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) &= 3\sqrt{5}(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) + 7\sqrt{2}(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) \\ &= 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 3\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} - 7\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} \\ &= 15 + 7\sqrt{10} - 9\sqrt{10} - 42 \\ &= -27 - 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 7

จงทำให้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย (Simplify)

1) $4\sqrt{2} \times \sqrt{27}$

2) $2\sqrt{25} \times \sqrt{80} \times \sqrt{5}$

--	--

3) $\frac{3}{2}\sqrt{28} \times \frac{1}{8}\sqrt{63} \times \sqrt{700}$

4) $\frac{\sqrt{24} \times \sqrt{27}}{2\sqrt{18}}$

--	--

5) $\frac{\sqrt{15} \times \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

6) $\frac{\sqrt{28} \times \sqrt{54} \times \sqrt{50}}{32\sqrt{21}}$

--	--



7) $\frac{\sqrt{20} \times 3\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$

8) $7\sqrt{15} \times \frac{1}{3\sqrt{245}} \times \sqrt{243}$

--	--

แบบฝึกหัดที่ 8 จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ (รากที่สาม)

1. $\sqrt[3]{56}$ =

2. $\sqrt[3]{-54}$ =

3. $-\sqrt[3]{1,000}$ =

4. $\sqrt[3]{343}$ =

5. $-\sqrt[3]{x^3 y^6}$ =

6. $\sqrt[3]{x^4 y^5}$ =

7. $\sqrt[3]{135}$ =

8. $\sqrt[3]{432y^3}$ =

9. $\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{68}$

10. $\sqrt[3]{135} + 2\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{5,000}$

--	--

11. $\sqrt[3]{-128} \times \frac{1}{\sqrt[3]{64}}$

12. $\sqrt[3]{64a^6} - \sqrt[3]{8a^6} + \sqrt[3]{-125a^6}$

--	--

13. $2\sqrt[3]{216a^3} + 3\sqrt[3]{-1,000a^3} - \sqrt[3]{-27a^3}$

--

**ตัวคูณ (Conjugation)**

คือการทำให้ส่วนไม่ติดกรณฑ์ เราทำให้ส่วนไม่ติดกรณฑ์โดยการคูณกรณฑ์ทั้งเศษและส่วน

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่าง} \quad \frac{15}{\sqrt{2}} &= \frac{15}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{2} \\ \frac{3}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} &= \frac{3}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \\ &= \frac{3(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{3(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{4-3} \\ &= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

ผลต่างกำลังสอง $n^2 - c^2 = (n - c)(n + c)$

**รวมข้อข้องข้อเตรียมขุดม**

เมื่อขนาดตที่สดใส่ ใช้ทำลวในกษดาษ A4
แสดววีซัดิด เก็บดะแนนนิเษ

1. ข้อความต่อไปนี้ ข้อใดถูกต้อง (ต.อ 28)

1. $\sqrt{a^2 + b^2} = |a + b|$

2. $\sqrt{a^2 b^2} = |ab|$

3. $\sqrt{a^2 - b^2} = |a + b|$

4. $\sqrt{a^2 - b^2} = |a| - |b|$

2. ค่าของ $\sqrt{1008} - \sqrt[3]{448} + \sqrt{175} + \sqrt[3]{875} - 4\sqrt{112}$ ตรงกับข้อใด (ต.อ 30)

1. $2\sqrt{7}$

2. $2\sqrt[3]{7}$

3. $\sqrt[3]{7} + \sqrt{7}$

4. $\sqrt[3]{7} - \sqrt{7}$

3. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และกำหนด $\sqrt{a^2 b^2} = ab$ ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง (ต.อ 35)

1. $a \geq 0$ และ $b \geq 0$

2. $a < 0$ และ $b < 0$

3. $a = 0$ และ $b \neq 0$

4. ที่กล่าวมาเป็นจริงทุกข้อ

4. ค่าของ $\sqrt{-125} \cdot \sqrt{-5} \cdot \sqrt[3]{-8}$ มีค่าตรงกับข้อใด (ต.อ 43)

1. -75

2. -50

3. 50

4. 75

ก้านบัวนอกโลกดิน

มารยาทใส่อันแดน

โสดอุลลาดเพราะคำขาน

หยาบหมักเหี่ยวแห่งเรือ

ขลิถาร

ชาติเชื้อ

ครุภรรษา

บอกร้าย แลสิงดิน

โสดงโสดง

